

# ANALIZA BRUTO DOMAĆEG PROIZVODA OD 2000. DO 2007. GODINE PRIMJENOM STATISTIČKIH METODA

---

Ibrić, Amra

Undergraduate thesis / Završni rad

2010

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Polytechnic in Pozega / Veleučilište u Požegi**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:112:988253>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-05**



**VELEUČILIŠTE U POŽEGI**  
STUDIA SUPERIORA POSEGANA

Repository / Repozitorij:

[Repository of Polytechnic in Pozega - Polytechnic in Pozega Graduate Thesis Repository](#)



zir.nsk.hr



DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJ

**VELEUČILIŠTE U POŽEGI**



**AMRA IBRIĆ**

**ANALIZA BRUTO DOMAĆEG PROIZVODA OD 2000. DO 2007.**

**GODINE**

**PRIMJENOM STATISTIČKIH METODA**

**ZAVRŠNI RAD**

**Požega, 2010. godine.**

VELEUČILIŠTE U POŽEGI  
DRUŠTVENI ODJEL  
STRUČNI STUDIJ TRGOVINA

**ANALIZA BRUTO DOMAĆEG PROIZVODA OD 2000. DO 2008.  
GODINE**

**PRIMJENOM STATISTIČKIH METODA**

**ZAVRŠNI RAD**

IZ PREDMETA: UVOD U GOSPODARSKU STATISTIKU II

**MENTOR: mr. sc. Mirjana Radman Funarić, v. pred.**

**STUDENT: Amra Ibrić**

**Matični broj studenta: 4313**

**Požega, lipanj 2010.**

## **VELEUČILIŠTE U POŽEGI**

**Vukovarska 17**

**34000 POŽEGA**

**Povjerenstvo za završne/diplomske radove**

**U Požegi, 24. lipnja 2010.**

### **ZAVRŠNI ZADATAK**

Pristupnik: Amra Ibrić

**Zadatak: ANALIZA BRUTO DOMAĆEG PROIZVODA OD 2000. DO 2007. GODINE  
PRIMJENOM STATISTIČKIH METODA**

Rješenjem zadatka potrebno je obuhvatiti sljedeće:

1. Analiza i uređivanje podataka
2. Izračun verižnih indeksa i indeksa na stalnoj bazi
3. Izračun srednjih vrijednosti i mjera disperzije
4. Izračunavanje trenda
5. Grafički prikaz vremenskih nizova
6. Tumačenje dobivenih rezultata

Zadatak uručen pristupniku: 24. lipnja 2010.

Rok predaje završnog rada: 29. lipnja 2010.

Datum predaje završnog rada: 29. lipnja 2010.

PREDSJEDNIK POVJERENSTVA ZA

ZAVRŠNE / DIPLOMSKE RADOVE

---

ZADATAK ZADAO:

mr. sc. Mirjana Radman-Funarić

---

## SADRŽAJ

<b>1.</b>	<b>UVOD</b> .....	<b>-2-</b>
1.1.	Predmet i cilj rada.....	-2-
1.2.	Izvori podataka i metoda.....	-2-
1.3.	Sadržaj i struktura rada.....	-2-
<b>2.</b>	<b>BROJČANA ANALIZA</b> .....	<b>-3-</b>
2.1.	Indeksi.....	-3-
2.1.1.	Verižni indeksi.....	-4-
2.1.1.1.	Izračun i grafički prikaz verižnih indeksa.....	-7-
2.1.2.	Indeksi na stalnoj bazi.....	-8-
2.1.2.1.	Izračun i grafički prikaz indeksa na stalnoj bazi.....	-10-
<b>3.</b>	<b>ARITMETIČKA SREDINA</b> .....	<b>-13-</b>
<b>4.</b>	<b>VARIJANCA, STANDARDNA DEVIJACIJA, KOEFICIJENT VARIJACIJE</b> .....	<b>-14-</b>
4.1.	Varijanca.....	-14-
4.2.	Standardna devijacija.....	-15-
4.3.	Koeficijent varijacije.....	-16-
<b>5.</b>	<b>TREND</b> .....	<b>-17-</b>
5.1.	Linearni trend.....	-17-
5.1.1.	Određivanje jednadžbe linearnog trenda.....	-18-
5.1.2.	Varijanca, standardna devijacija i koeficijent varijacije.....	-21-
5.2.	Eksponencijalni trend.....	-23-
<b>6.</b>	<b>ZAKLJUČAK</b> .....	<b>-25-</b>
<b>7.</b>	<b>POPIS TABLICA</b> .....	<b>-26-</b>
<b>8.</b>	<b>POPIS LITERATURE</b> .....	<b>-27-</b>

## **UVOD**

### **1.1 Predmet i cilj rada**

Današnje je vrijeme obilježeno vrlo brzim promjenama dinamike podataka koji predstavljaju veliku važnost kao informacija. Tako pravi i točni podaci u pravo vrijeme pomažu u izračunu nekih stanja na tržištu. Cilj rada je prikazivanje bruto domaćeg proizvoda korištenjem statističkih metoda.

### **1.2. Izvori podataka i metoda**

Do podataka o bruto domaćem proizvoda koji predstavlja ukupnu vrijednost svih proizvoda i usluga raspoloživih za finalnu potrošnju koja se proizvedu na području jedne zemlje u određenom periodu, neovisno o tome da li dohodak od tih proizvoda i usluga stječu rezidenti ili nerezidenti, došla sam istraživanjem putem internet stranica i istraživanjem literature vezane uz ovu temu.

### **1.3. Sadržaj i struktura rada**

Rad sam podijelila na dva dijela. Prvi u kojem teoretskim obradila statističke metode (srednja vrijednost, analiza brojčanih podataka, trend i dr.), a u drugom dijelu sam grafički prikazala rezultate podataka koji se prikazuju u tablicama i pomoću grafikona, kako bi na jednostavniji način uočili promjene kretanja promatrane pojave koja dolazi kod bruto domaćeg proizvoda kroz niz godina.

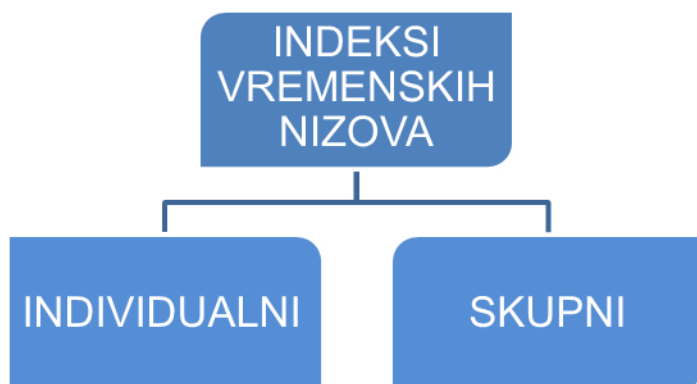
## **BROJČANA ANALIZA PODATAKA**

Grafički prikazi omogućavaju stjecanje osnovne slike o dinamici jedne pojave ili više njih. Premda se programima za računalo u okviru grafičkih paketa pružaju velike mogućnosti zaključivanja o razvoju pojava u vremenu, ipak uz grafičku analizu u golemom broju slučajeva treba u pravilu provesti i brojčanu analizu.<sup>[3]</sup> Brojčana analiza vremenskog niza odnosi se na elementarne pokazatelje. U području brojčane analize pripada i konkretizacija modela zasnovana na standardnoj dekompoziciji serije, kao i ona koja se odnosi na druge modele.

### **2.1 Indeksi**

Indeksi vremenskog niza relativni su brojevi koji izražavaju odnos stanja jedne pojave ili skupine pojava u različitim razdobljima ili vremenskim točkama.<sup>[1]</sup> Ako se pomoću njih prati razvoj jedne pojave u vremenu, tada je riječ o individualnim indeksima. Skupnim indeksima prati se razvoj skupine pojava.

Slika 1. Indeksi vremenskih nizova



Individualni indeksi pojavljuju se u dva oblika, i to kao verižni indeksi i indeksi na stalnoj bazi. Pomoću indeksa često se jednostavnije uočava priroda varijacija pojave u vremenu.

Skupni indeksi su relativni brojevi kojima se mjere relativne promjene skupine pojava u vremenu. Predmet su indeksne analize promjene koje čine neku logičnu cjelinu. Skupnim se indeksima općenito prati dinamika cijena, fizičkog obujma (količina) i vrijednosti, pa se u svezi rabe skupni indeksi cijena, skupni indeksi količina i skupni indeksi vrijednosti. Kako je broj pojava u pojedinim skupinama često golem, izabire se njihov uzorak, odnosno reprezentativni dio skupine, a dinamika se prati na podacima iz uzorka.

### 2.1.1. Verižni indeksi

Verižni indeksi su relativni brojevi koji pokazuju promjene stanja pojave u uzastopnim razdobljima. [1] Verižni indeks  $V_t$ , razdoblja  $t$ , dobije se tako da se vrijednost tog razdoblja podijeli s vrijednosti prethodnog razdoblja, razdoblja  $t-1$ , a zatim omjer pomnoži sa sto. Omjer tekuće i prethodne vrijednosti vremenskog niza nepomnožen sa



sto naziva se koeficijentom dinamike. Ako se s  $y_1, y_2, \dots, y_t, \dots, y_n$  označe vrijednosti vremenskog niza od  $n$  članova,

➤ koeficijenti su dinamike:

$$v_2 = \frac{y_2}{y_1}, \quad v = \frac{y_3}{y_2}$$

➤ a verižni indeksi:

$$V_2 = \frac{y_2}{y_1} 100, \quad V_3 = \frac{y_3}{y_2} 100, \quad \dots, \quad V_t = \frac{y_t}{y_{t-1}} 100, \quad \dots, \quad V_n = \frac{y_n}{y_{n-1}} 100$$

Broj verižnih indeksa za niz od  $n$  članova je  $(n-1)$ . Oduzme li se od verižnog indeksa 100, razlika će upućivati na iznos relativne promjene razine pojave u uzastopnim razdobljima.

Općenito, koeficijent dinamike razdoblja dan je izrazom :

$$v_t = \frac{y_t}{y_{t-1}}, \quad t = 2, 3, \dots, n,$$

a verižni indeks izrazom:

$$V_t = \frac{y_t}{y_{t-1}} 100, \quad t = 2, 3, \dots, n$$

Verižni indeksi uvijek su pozitivni brojevi, a mogu biti sto, veći od sto ili manji od sto, ovisno o veličini uzastopnih frekvencija. Verižni indeks  $V_t$  pokazuje nam koliko

jedinica pojave u vremenu  $t$  dolazi na svakih 100 jedinica pojave u vremenu  $(t-1)$ . Verižni indeksi vrlo su prikladni relativni brojevi za elementarnu analizu dinamike jednog niza i za usporedbu više raznorodnih nizova. [3]

Stopa promjene je relativni (postotni) iznos promjene razine pojave tekućeg razdoblja prema prethodnom razdoblju. [2]

Stopa promjene dana je formulom:

$$S_t = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} 100 = \frac{y_t}{y_{t-1}} 100 - 100, \quad t = 2, 3, \dots, N$$

Stopu promjene dobijemo tako da od verižnog indeksa oduzmemo broj sto. Ima ih onoliko koliko ima verižnih indeksa, odnosno za jedan manje od broja članova niza  $N$ . Stope mogu biti pozitivnog ili negativnog predznaka, ovisno o tome je li verižni indeks veći od sto ili manji od sto. Stopa promjene je jednaka nuli kada je verižni indeks jednak broju sto.

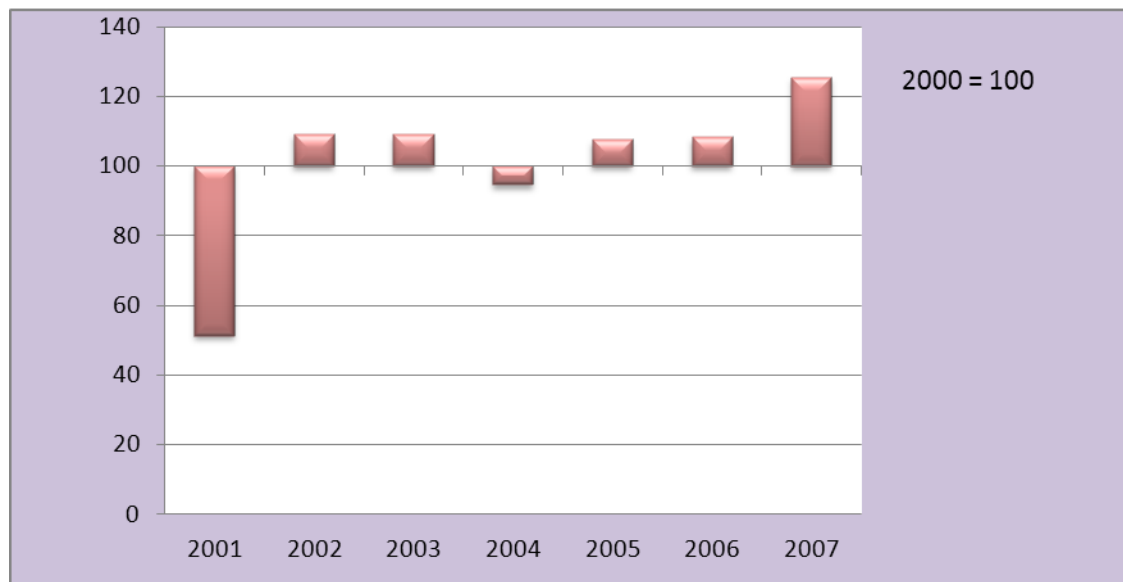
### 2.1.2.1. Izračun i grafički prikaz verižnih indeksa

Tablica 1. Izračun verižnih indeksa bruto domaćeg proizvoda od 2000. do 2007. godine.

	<b>UKUPNO BDP(mil.kuna)</b>	<b>VERIŽNI INDEKS</b>	<b>Stopa promjene</b>
<b>godine</b>	<b>ukupno</b>	<b>ukupno</b>	<b>ukupno</b>
2000.	176.690	-	-
2001.	190.796	51.39	-48.61
2002.	208.223	109.13	9.13
2003.	227.012	109.02	9.02
2004.	214.983	94.70	-5.3
2005.	231.294	107.59	7.59
2006.	250.531	108.32	8.32
2007.	314.223	125.42	25.42

U tablici 1. izračunali smo verižne indekse za ukupan bruto domaći proizvod tako da smo BDP u promatranoj godini podijelili sa BDP-om u prethodnoj godini, a dobiveni rezultat smo pomnožili sa sto. Tako nam dobiveni verižni indeks 108.32 pokazuje da je na svakih 100 jedinica (kuna) BDP-a u 2005. godini dolazilo (zaokruženo) 108 tisuća kuna BDP-a u 2006. godini što je za 8.32 % više, koliko iznosi i pripadajuća stopa promjene.

Grafikon 1. Prikaz verižnih indeksa bruto domaćeg proizvoda od 2000. do 2007. godine.



Na ovom grafikonu prikazali smo crvenim stupcima verižne indekse bruto domaćeg proizvoda, koji prikazuju promjene stanja pojave u uzastopnim razdobljima.

### 2.1.2. Indeksi na stalnoj bazi

Indeksi na stalnoj bazi su indeksi kojima se promatraju varijacije članova vremenskog niza u odnosu na član niza odabranog razdoblja i to u relativnom iznosu. [3] Indeksima na stalnoj bazi mjerimo promjenu razine vremenske pojave u relativnom iznosu prema članu niza jednoga odabranog razdoblja ili vremenske točke. Neka se vremenski niz sastoji od  $n$  članova  $y_1, y_2, \dots, y_t, \dots, y_n$  i neka je  $y_b$  vrijednost razdoblja  $b$ .

Veličine  $I_1 = \frac{y_1}{y_b} 100, I_2 = \frac{y_2}{y_b} 100, \dots, I_t = \frac{y_t}{y_b} 100, \dots, I_n = \frac{y_n}{y_b} 100$  nam daju indekse na stalnoj bazi.

Opći je izraz za indekse na stalnoj bazi za razdoblje  $t$  :

$$I_t = \frac{y_t}{y_b} 100, \quad t = 1, 2, \dots, n.$$

Indekse na stalnoj bazi dobijemo tako da svaki član vremenskog niza podijelimo s vrijednošću baznog razdoblja i pomnožimo sa sto. Za bazno razdoblje uzimamo vrijeme u kojemu pojava nije bila izložena neuobičajenim utjecajima. Umjesto vrijednosti baznog razdoblja, u računanju indeksa upotrebljavamo i neke veličine izvan niza ili aritmetičku sredinu niza.

Indeks na stalnoj bazi  $I_t$  pokazuje nam koliko jedinica pojave u razdoblju  $t$  dolazi na svakih sto jedinica pojave u razdoblju  $b$ , odnosno na svakih sto jedinica bazne veličine. Razlika  $(I_t - 100)$  nam pokazuje relativnu razliku vrijednosti tekućeg razdoblja i bazne veličine. Indeksi na stalnoj bazi upravo su proporcionalni originalnim vrijednostima niza.

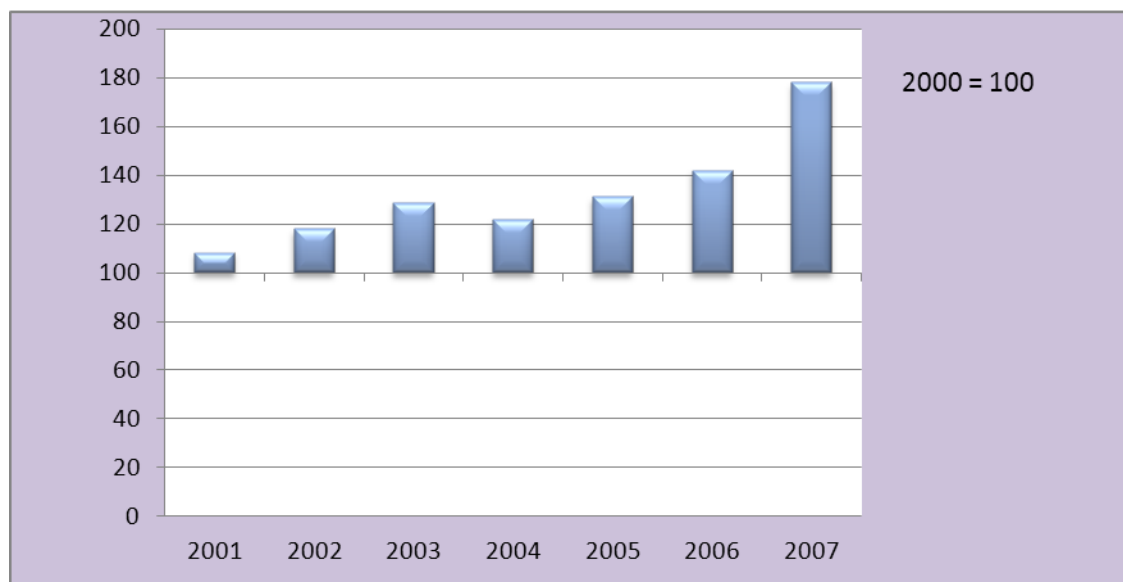
### 2.1.2.1. Izračun i grafički prikaz indeksa na stalnoj bazi

Tablica 2. Izračun indeksa na stalnoj bazi bruto domaćeg proizvoda od 2000. do 2007. godine.

		<b>Bazni indeksi</b>	<b>St.promje.</b>	<b>Bazni indeksi</b>	<b>St.promje.</b>
<b>godine</b>	<b>BDP</b>	<b>2000.=100</b>		<b>2005.=100</b>	
2000.	176.690	100	-	76.39	-23.61
2001.	190.796	107.98	7.98	82.49	-17.51
2002.	208.223	117.84	17.84	90.02	-9.98
2003.	227.012	128.48	28.48	98.14	-1.86
2004.	214.983	121.67	21.67	92.94	-10,06
2005.	231.294	130.90	30.90	100	-
2006.	250.531	141.79	41.79	108.31	8.31
2007.	314.223	177.83	77.83	135.38	35.38

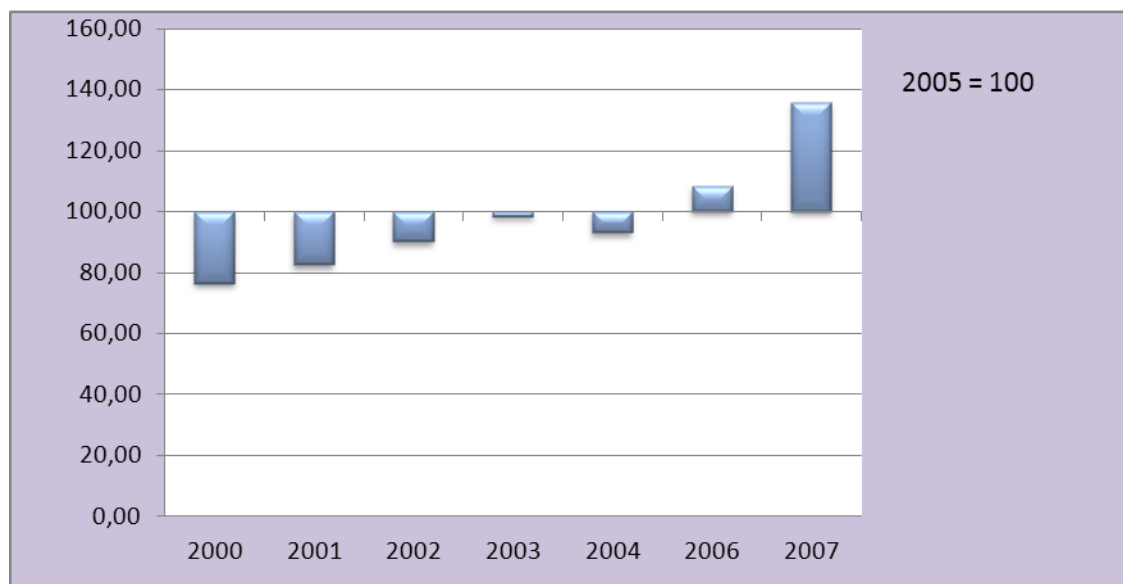
U tablici 2. izračunali smo indekse na stalnoj bazi. Prvi je indeks jednak broju sto jer je vrijednost člana niza 2000. godina osnovica indeksa. Drugi je indeks kod ukupnog BDP-a 107.98 tisuća kuna. On nam pokazuje da je u 2001. godini bilo 7.98% veći BDP nego u 2000. godini. Zatim smo promijenili bazu, te za bazno razdoblje uzeli 2005. godinu. Tako nam primjerice indeks 92.94 tisuće kuna govori da je u 2004. godini bilo za 10,06% manje bruto domaćeg proizvoda nego u 2005. godini kada je iznosio 231.294 milijuna kuna.

Grafikon 2. Prikaz indeksa na stalnoj bazi (2000 =100) za bruto domaći proizvod.



Grafikon 1. nam prikazuje indekse na stalnoj bazi koji nam ukazuju na varijacije članova vremenskog niza u odnosu na član niza odabranog razdoblja i to u relativnom iznosu, tj. prikazuje nam varijacije ukupnog bruto domaćeg proizvoda u odnosu na BDP u 2000. godini.

Grafikon 2. Prikaz indeksa na stalnoj bazi (2005 =100) za ukupan bruto domaći proizvod od 2000.2007. godine.



Ovaj grafički prikaz nam prikazuje varijacije ukupnog bruto domaćeg proizvoda u odnosu na BDP u 2005. godini iz razloga što smo upravo tu godinu uzeli kao bazno razdoblje. Na grafikonu je vidljivo kako su samo dva stupca iznad broja sto, što znači da je u 2006. i u 2007. godini koju označavaju ti stupci BDP bio veći nego u baznom razdoblju tj. u 2005. godini, dok je u ostalim godinama BDP bio manji nego u baznom razdoblju.



### 3. ARITMETIČKA SREDINA

Izbor statističkih metoda ovisi o prirodi vremenskog niza, odnosno o prirodi njegovih komponenti. Aritmetička sredina prikladna je srednja vrijednost za niz bez trenda i drugih sistematskih komponenti. Aritmetičku sredinu vremenskog niza obično računamo u obliku jednostavne sredine. Pri tome pretpostavljamo da su podaci dani po jednakim razdobljima.

Aritmetička sredina vremenskog niza  $N$  od članova  $y_1, y_2, \dots, y_N$  jednaka je omjeru zbroja vrijednosti niza i njegovih članova, to jest: [2]

$$\bar{y} = \frac{1}{N} [y_1 + y_2 + \dots + y_N] \quad , \quad \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y_t$$
$$= \frac{1.813,752}{8} = 226.719$$

Prosječan bruto domaći proizvod u razdoblju od 2000. do 2007. je 226.719 tisuća kuna.

## 4. VARIJANCA, STANDARDNA DEVIJACIJA I KOEFICIJENT VARIJACIJE

Stupanj varijabilnosti (dispersije) vrijednosti članova niza mjerimo varijancom, odnosno standardnom devijacijom i koeficijentom varijacije.

### 4.1. Varijanca

Varijanca vremenskog niza aritmetička je sredina kvadrata odstupanja vrijednosti članova niza od njegove aritmetičke sredine. [2]

Varijanca vremenskog niza  $N$  od članova  $y_1, y_2, \dots, y_N$  jest:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 = \frac{\sum y_i^2 - \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N y_i \right)^2}{N}$$
$$= \frac{1.813,752}{8} (1.813,752 - 226.719)^2 = \frac{3.174,066}{8} = 396.758,25$$

Prosječno kvadratno odstupanje od prosječnog BDP-a iznosi 396.758, 25 tisuća kuna

## 4.2. Standardna devijacija

Standardna devijacija pozitivni je drugi korijen iz varijance. Ona nam predočava prosječno odstupanje vrijednosti članova vremenskog niza od njegove aritmetičke sredine i izražavamo ju u istim mjernim jedinicama kao i vrijednosti niza.

Standardna je devijacija: [2]

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N y_i^2 - \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N y_i \right)^2}{N}}$$
$$= \sqrt{\frac{3.174,066}{8}} = \sqrt{396.758,25} = 629.88$$

Prosječno odstupanje od prosječnog BDP-a je 629.88 tisuća kuna.

### 4.3. Koeficijent varijacije

Koeficijent varijacije je omjer standardne devijacije niza i njegove aritmetičke sredine pomnožen sa sto. On je relativna mjera disperzije i izražava stupanj disperzije u postotnom iznosu. [2]

*Koeficijent varijacije je:*

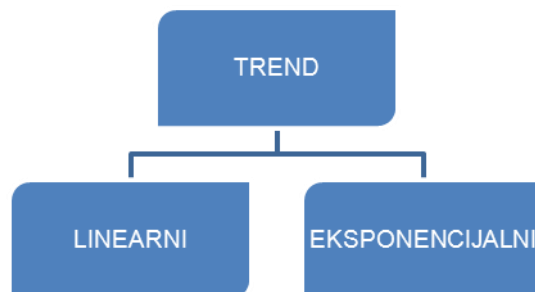
$$V_y = \frac{\sigma_y}{\bar{y}} 100$$
$$= \frac{629.88}{226.719} 100 = 0.27$$

Postotno odstupanje ukupnog BDP-a od prosječnog BDP –a iznosi 0.27 %

## 5. TREND

Trend predstavlja osnovnu razvojnu tendenciju pojave.<sup>[3]</sup> Statistička analiza trenda polazi od modela u kojemu je sastavni dio neka funkcija vremena.

Slika 2. Vrste trenda



### 5.1. Linearni trend

Ako se vremenska pojava s vremenom povećava ili smanjuje za približno isti apsolutni iznos, za nju je svojstveno da očituje linearni trend. Prisutnost linearnog trenda možemo uočiti promatranjem vrijednosti članova niza i grafičkim prikazom vremenske pojave. Vremenski statistički nizovi nam očituju statističku promjenjivost, a sam linearni trend predočava nam osnovnu tendenciju razvoja. Tu promjenjivost analitički izražavamo modelom linearnog trenda. Model linearnog trenda jednak je modelu jednostavne regresije u kojemu je nezavisna varijabla  $x$  vrijeme.<sup>[2]</sup>

Jednadžba linearnog trenda:

$$\hat{y} = a + bx ,$$

Procjene parametara  $a$  i  $b$  slijede iz izraza:

$$b = \frac{\sum_{t=1}^n x_t y_t - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{t=1}^n x_t^2 - n \bar{x}^2}, \quad a = \bar{y} - b \bar{x}$$

U navedenom su izrazu  $y_t$  vrijednosti članova vremenskog niza,  $\hat{y}_t$  je vrijednost linearnog trenda u vremenu  $t$ ,  $a$  i  $b$  su konstante.  $X$  je varijabla vrijeme, koja dogovorno poprima vrijednost prvih  $N$  prirodnih brojeva, to jest  $x_t = t = 1, 2, \dots, N$ . Veličine  $\bar{x}, \bar{y}$  su aritmetičke sredine varijable vrijeme i vrijednosti članova niza.

### 5.1.1. Određivanje jednadžbe linearnog trenda

Tablica 3. Određivanje jednadžbe linearnog trenda, vrijednosti trenda i rezidualnih odstupanja za ukupan bruto domaći proizvoda od 2000. do 2007.

Godina	BDP (mil.kuna)	varijabla vrijeme			Vrijednosti trenda	rezid. odstupa.
	$y_t$	$x_t$	$x_t y_t$	$x_t^2$	$\hat{y}_t$	$y_t - \hat{y}_t$
2000.	177	1	177	1	171,92	5,08
2001.	191	2	382	4	187,58	3,42
2002.	208	3	624	9	203,24	4,76
2003.	227	4	908	16	218,91	8,09

2004.	215	5	1075	25	234,58	-19,58
2005.	231	6	1386	36	250,24	-19,24
2006.	251	7	1757	49	265,91	-14,91
2007.	314	8	2512	64	281,58	32,42
<b>UKUPNO</b>	1814	36	8821	204	1814	0

U tablici 3. odredili smo jednadžbu linearnog trenda, te smo na temelju iste izračunali vrijednosti trenda te rezidualna odstupanja. Prema trendu, u 2000. godini je očekivani broj ukupnog bruto domaćeg proizvoda iznosi 171,92 mili, a stvarni broj ukupnog BDP-a je 177 mil. kuna. Razlika je, to jest rezidualno odstupanje, 5,08 mil. kuna. U 2005. godini je, prema trendu, očekivani iznos BDP-a 250,24 mil. kuna, a stvarni iznos BDP-a je 231 mili. Razlika je, to jest rezidualno odstupanje, -19,24 mil. kuna.

Jednadžba je linearnog trenda  $\hat{y}_t = a + bx$ .

- Broj članova niza 8
- Aritmetička sredina varijable vrijeme 4,5
- Aritmetička sredina niza 226,75

Procjena je parametra  $b$ :

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$$

$$b = \frac{8821 - 8 \times 4,5 \times 226,75}{204 - 8 \times 4,5^2} = 15,66666667$$

Procjena je parametra  $a$ :

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$a = 226,75 - 15,66666667 \times 4,5 = 156,25$$

Jednadžba trenda s procijenjenim parametrima glasi:

$$\hat{y} = a + bx$$

$$= 156,25 + 15,66666667x = 171,92$$

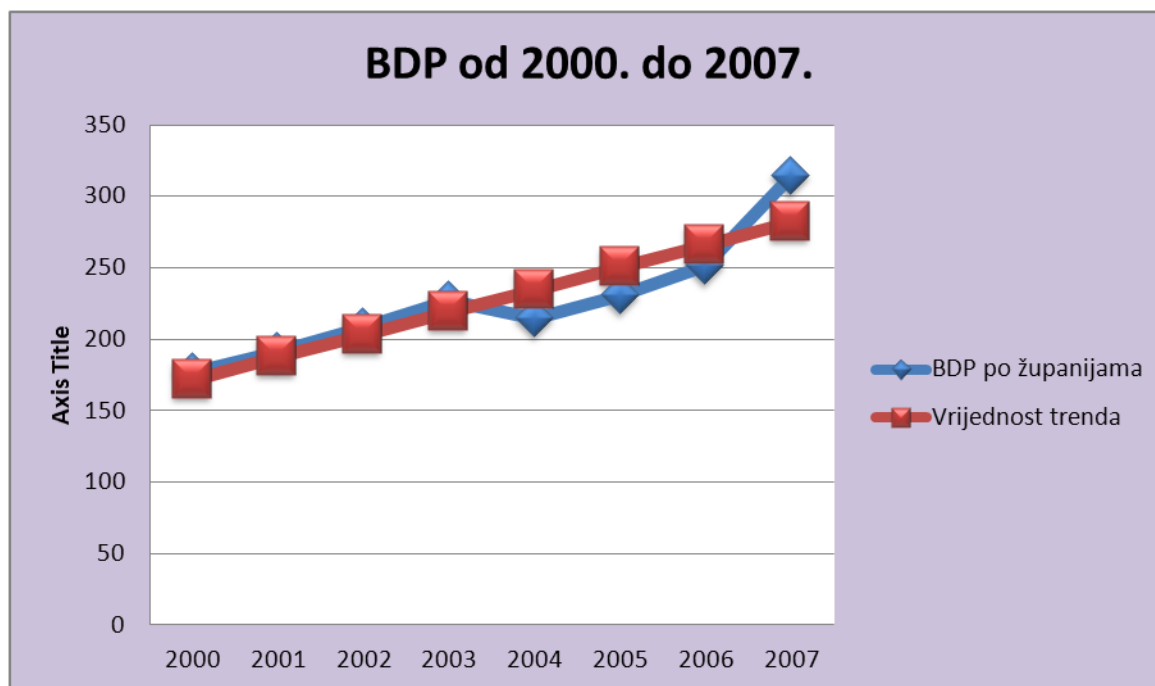
Rezidualna su odstupanja:

$$u_t = y_t - \hat{y}_t$$

$$= 177 - 171,92 = 5,08$$



Grafikon 3. Prikaz vremenske serije i linearnog trenda bruto domaćeg proizvoda.



Na grafikonu 3. prikazali smo vrijednosti trenda i visinu BDP-a. Plava linija nam pokazuje stvarno kretanje BDP-a, a crvena linija očekivani bruto domaći proizvod. Razlika između ovih linija nam pokazuje rezidualna odstupanja. Tako primjerice vidimo kako je u 2004. godini ukupan bruto domaći proizvod bio manji od očekivanog (vrijednosti trenda), pa nam je razlika, to jest rezidualno odstupanje, između stvarnog broja i očekivanog BDP-a negativan, točnije -19,58 mili.kuna.

### 5.1.2. Varijanca, standardna devijacija i koeficijent varijacije

Razlike između stvarnih vrijednosti vremenskog niza i vrijednosti trenda (rezidualna odstupanja) podloga su nam za mjerenje reprezentativnosti trenda. Budući da je model linearnog trenda jednak modelu jednostavne regresije, kao mjeru reprezentativnosti uzimamo varijancu, odnosno standardnu devijaciju i koeficijent varijacije.

- Varijanca trenda je aritmetička sredina kvadrata rezidualnih odstupanja. [2]
- Standardna devijacija je pozitivni drugi korijen iz varijance. [2]
- Koeficijent varijacije je omjer standardne devijacije trenda i aritmetičke sredine niza pomnožen sa sto. [2]

Varijanca trenda dana je izrazom: (za bruto domaći proizvod )

$$\sigma_{\hat{y}}^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y_t - \hat{y}_t)^2$$

Standardna je devijacija trenda

Standardna devijacija trenda je mjera disperzije oko trenda. Ona nam pokazuje koliko je prosječno odstupanje vrijednosti članova niza od vrijednosti trenda. Izražavamo ju u mjernim jedinicama vrijednosti članova niza.

$$\sigma_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y_t - \hat{y}_t)^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \left( \sum_{t=1}^N y_t^2 - a \sum_{t=1}^N y_t - b \sum_{t=1}^N x_t y_t \right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{8} (2152,53 - 226,75 \times 1814 - 15,666 \times 8821)} = \sqrt{\frac{419480,64}{8}} = 228,99$$

### Koeficijent varijacije:

Koeficijentom varijacije izražavamo odstupanje od trenda u relativnom (postotnom) iznosu.

$$V_{\bar{y}} = \frac{\sigma_{\bar{y}}}{\bar{y}} 100$$
$$= \frac{228,99}{226,75} \times 100 = 100,98$$

Prosječno je odstupanje stvarnog broja bruto domaćeg proizvoda od vrijednosti trenda ili 100,98%.

## **5.2. Eksponencijalni trend**

Ako se pojava s vremenom mijenja za približno isti relativni iznos, njezin je trend razvoja eksponencijalni. [2]

Na prisutnost eksponencijalnog trenda upućuju nas verižni indeksi ili stope promjene jer nam one pokazuju promjene razine pojave u uzastopnim razdobljima i to u relativnom iznosu. Ukoliko su nam ti pokazatelji približno konstantni, možemo

rabiti model eksponencijalnog trenda. Ako su nam određeni verižni indeksi svi iznad sto i variraju na približno istoj razini, koristiti ćemo model eksponencijalnog trenda.

Model eksponencijalnog trenda s procijenjenim parametrima u općem je obliku:

$$\hat{y} = ab^x$$

Logaritamski je oblik modela:

$$\log \hat{y} = \log a + \log bx$$

Procjene logaritamskih parametara slijede primjenom izraza:

$$\log b = \frac{\sum_{t=1}^N x_t \log y_t - \bar{x} \sum_{t=1}^N \log y_t}{\sum_{t=1}^N x_t - N\bar{x}^2}, \quad \log a = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \log y_t - \log b\bar{x}$$

U polaznom modelu  $a$  i  $b$  su nepoznati, a  $x_t$  je varijabla vrijeme koja poprima vrijednosti prvih  $N$  prirodnih brojeva. Oblik trenda ne možemo analizirati izravno na isti način kao da je riječ o linearnom trendu, već polazeći od njegovog logaritamskog oblika.

(U ovom primjeru smo se koristili linearnim trendom, a ne eksponencijalnim upravo iz razloga što nam verižni indeksi nisu svi iznad broja sto.)

## 6. ZAKLJUČAK

Prema linearnom trendu u 2010. godini trebali smo očekivati bruto domaći proizvod na nivou, no budući da je došlo do neočekivanih poremećaja na tržištu očekivanja se nisu ostvarila jer danas bruto domaći proizvod u Hrvatskoj u padu iz mjeseca u mjesec. Trenutno stanje BDP-a u Hrvatskoj prema posljednjim podacima pada zbog osobne potrošnje i državne potrošnje te utjecaji recesije nastavljaju se i dalje ali usporenijim korakom ublažavajući pad gospodarstva. No tome se još ne nazire kraj i konačno rješenje. Kada će to biti i da li će se pronaći rješenje?

Sve te podatke je potrebno prikupljati, obrađivati, te tablično i grafički prikazivati kako bi ih na jednostavniji način mogli imati na jednom mjestu. Statistika je grana koja se upravo time bavi  $\Rightarrow$  *prikupljanjem, obradom, interpretacijom i prezentacijom podataka*. Nužne su nekakve promjene u našem gospodarstvu kako bi ljudi koji već gube nadu u bolje sutra iz dana u dan uvidjeli da postoji neka nada za bolje sutra za njih i njihove najmilije. Ova situacija koja se dešava oko nas je naprosto takva da nam ne ukazuje nikakve naznake za boljom budućnosti iako „vođe“ naše države uporno tvrde da će biti bolje i da treba biti strpljiv jer oni rade na tome i daju „sve od sebe“ da situacija postane optimističnija. Ponekad se pitam da li tom čekanju postoji kraj? Mi čekamo i čekat ćemo jel drugo nam ne prostaje, a brojke se konstantno mijenjaju iz godine u godinu, rastu i padaju i obrnuto. Pisajući ovaj rad i prikupljajući razne podatke o bruto domaćem proizvodu i čitajući članke te uvidjevši stvarno stanje...gospodarstva. Mislim da je vrijeme da se pronađe nekakav izlaz da se brojke povećavaju u pozitivnom smislu, a ne samo u negativnom. Kažu potrebno je stegnuti remen, kako kad povećavaju cijene osnovnih i drugih namjernica i usluga na tržištu, a time dolazi do smanjivanja proizvodnje što povlači za sobom nezaposlenost i sve to utječe na bruto domaći proizvod i tako u krug. Kazaljka na satu polako otkucava i vrijeme je za promjenu na grafikonima. Neka uzlaznost linije bruto domaćeg proizvoda i svega ostaloga što utječe na njega, na grafikonima krene prema vrhu te pokazuje veći broj otvorenih radnih mjesta, broj diplomiranih studenata, investiranja u korisne stvari, a ne samo rastuće brojke u negativnom smjeru za gospodarstvo.

## 7. POPIS TABLICA

Tablica 1. Izračun verižnih indeksa bruto domaćeg proizvoda od 2000. do 2007. godine.

Tablica 2. Izračun indeksa na stalnoj bazi bruto domaćeg proizvoda od 2000. do 2007.

Tablica 3. Određivanje jednadžbe linearnog trenda, vrijednosti trenda i rezidualnih odstupanja za ukupan bruto domaći proizvod od 2000. do 2007

## 8. POPIS LITERATURE

### UDŽBENICI:

1. Šošić, I., Primijenjena statistika, 2. izmijenjeno izdanje, Školska knjiga, Zagreb, 2006.
2. Šošić, I., STATISTIKA, Udžbenik za srednje škole sa zbirkom zadataka, Školska knjiga, Zagreb, 2006.
3. Šošić, I., Serdar, V., UVOD U STATISTIKU, XII izdanje, Školska knjiga, Zagreb, 2002.

### INTERNETSKI IZVORI:

4. <http://www.pro-mil.hr/online/?A=T&T=ExcelXp&ST=45>, [06.04.2010 ]
5. <http://209.85.135.132/search?q=cache:h29dWaZ0cUMJ:www.pfos.hr/~bioinfo/Biometrika/L6.pdf+grafi%C4%8Dko+prikazivanje+podataka&cd=1&hl=hr&ct=clnk&gl=hr>, [06.04.2010]
6. Državni zavod za statistiku, Dostupno na: Priopćenje DZS, [http://www.dzs.hr/Hrv\\_Eng/publication/2010/12-01-02\\_01\\_2010.htm](http://www.dzs.hr/Hrv_Eng/publication/2010/12-01-02_01_2010.htm), [24.05.2010]
7. Državni zavod za statistiku, Dostupno na: Priopćenje DZS, [http://www.dzs.hr/Hrv/publication/2009/12-1-5\\_1h2009.htm](http://www.dzs.hr/Hrv/publication/2009/12-1-5_1h2009.htm), [24.05.2010]

U Požegi, 21. lipnja 2010.

Amra Ibrić

---